

SOLSTIZIO D'INVERNO

giorno più corto, tramonto anticipato, levata ritardata

Giuseppe De Donà

Il giorno più corto

Il giorno del solstizio d'inverno è il più corto dell'anno per tutti i luoghi dell'emisfero boreale e il più lungo per quelli dell'emisfero australe. Esso coincide con il giorno in cui la declinazione del Sole raggiunge il valore minimo. La declinazione del Sole è legata al valore dell'obliquità dell'eclittica, ossia all'inclinazione dell'asse terrestre rispetto all'ortogonale al piano in cui la Terra orbita intorno al Sole. L'angolo è uguale a quello compreso tra il piano dell'equatore celeste e quello dell'eclittica. Secondo J.Laskar, il valore dell'obliquità dell'eclittica oscilla tra un massimo di $24^{\circ} 14' 07''$ (nell'anno $-7\ 530$) e un minimo di $22^{\circ} 36' 41''$ (nell'anno $+12\ 030$) [1]. In questi anni il valore dell'obliquità è quindi in leggera ma costante diminuzione. Ad inizio 2018 il dato è di $23^{\circ} 26' 05''$ [2], per cui i valori della declinazione del Sole nel 2018 sono compresi tra un massimo di $+23^{\circ} 26' 05''$ al solstizio estivo, e un minimo di $-23^{\circ} 26' 05''$ al solstizio invernale.

La lunghezza del giorno è determinata dall'ampiezza del semiarco diurno H che il Sole compie dal suo sorgere al transito e dal transito al tramonto, ed è dato dalla nota espressione:

$$\cos H = -\operatorname{tg} \delta \times \operatorname{tg} \varphi \quad (1)$$

con δ che indica la declinazione del Sole e φ la latitudine della località dell'osservazione. La formula è riferita al centro del Sole e non tiene conto del fenomeno della rifrazione. Applicando la (1) alle latitudini 38° , 42° e 46° Nord nel giorno del solstizio d'inverno, si ottengono queste lunghezze dell'arco diurno ($2H$).

$$\begin{aligned} \text{Alla latitudine } 38^{\circ} &= 140.410^{\circ} : 15^{\circ}/\text{h} = 9^{\text{h}} 21^{\text{m}} 38.5^{\text{s}} \\ \text{Alla latitudine } 42^{\circ} &= 134.055^{\circ} : 15^{\circ}/\text{h} = 8^{\text{h}} 56^{\text{m}} 13.2^{\text{s}} \\ \text{Alla latitudine } 46^{\circ} &= 126.659^{\circ} : 15^{\circ}/\text{h} = 8^{\text{h}} 26^{\text{m}} 38.2^{\text{s}} \end{aligned}$$

Le tre latitudini considerate sono comprese nel territorio italiano e, pressappoco, corrispondono a quelle delle città di Palermo, Roma e Belluno. Pertanto, al solstizio d'inverno, il giorno a Palermo dura circa 25 minuti più di Roma e 55 minuti più di Belluno.

La giustificazione didattica relativa al "giorno più corto" è quindi piuttosto semplice. Malgrado ciò, d'inverno capita spesso di sentirsi chiedere se il giorno del solstizio sia davvero il più corto dell'anno e non sia, invece, quello di "S. Lucia, il giorno più corto che ci sia". Il 13 dicembre coincide col solstizio d'inverno per alcuni secoli prima della riforma del calendario attuata nel 1582 da Papa Gregorio XIII. In quel periodo il giorno di Santa Lucia fu davvero il più corto dell'anno e, a parere mio, fu certamente là che il proverbio ebbe origine. Spesso anche di fronte a questa delucidazione, l'interlocutore rimane perplesso, ingannato dal fatto che, già dal 10 dicembre, le giornate "sembrano allungarsi" in quanto, dopo quella data, l'orologio civile segna, sera dopo sera, un tempo del tramonto in aumento. Perché? Per spiegare questo comportamento, apparentemente anomalo, è necessario considerare l'ora civile del mezzogiorno locale, cioè l'istante in cui il Sole transita sul meridiano del luogo, osservando che esso non coincide mai con le ore 12 di una meridiana a ora vera locale.

L'ora della meridiana

La parola Meridiana deriva dal latino *meridies* -mezzogiorno-, quindi, quando l'ombra di uno gnomone transita sulla linea delle XII di un orologio solare, è mezzogiorno "nel vero senso della parola". È l'istante in cui la nostra stella passa il meridiano del luogo, si trova esattamente in direzione sud e raggiunge la culminazione locale cioè la massima altezza in cielo rispetto all'orizzonte, dividendo il giorno in due parti uguali, equidistanti dal sorgere e dal tramonto. È mezzodì, appunto!

Il transito dell'immagine del Sole sulla linea meridiana non coincide mai con quello dall'orologio, per i seguenti due motivi:

Differenza di longitudine. In Italia gli orologi indicano il Tempo Medio dell'Europa Centrale (TMEC), che fa riferimento al cosiddetto meridiano dell'Etna, situato a 15° Est rispetto a Greenwich. La differenza tra il transito del Sole sul meridiano Centrale e quello di un altro luogo, è di 4 minuti per ogni

grado di longitudine. Per esempio, alla longitudine 12° E, il transito del Sole avviene con 12 minuti di ritardo $[(15^\circ - 12^\circ) \times 4^m]$ rispetto alla longitudine 15° E. Il valore della *differenza in longitudine* è costante.

Equazione del tempo. Il giorno solare, ovvero l'intervallo tra due transiti del Sole su uno stesso meridiano, dura in media 24 ore. A causa della differente velocità di rivoluzione della Terra attorno al Sole e dell'obliquità dell'eclittica, la durata del giorno non è però costante, perciò il giorno vero non dura mai 24 ore come il giorno medio, ma un po' di più o un po' di meno. Queste differenze, sommandosi tra loro giorno dopo giorno, generano un divario tra il tempo vero e il tempo medio che arriva fino a $\pm 15/16$ minuti. Il valore dell'*equazione del tempo* varia continuamente durante l'anno.

L'equazione del tempo

L'equazione del tempo corrispondente ad un dato istante e ad uno stesso meridiano (che può essere uno qualunque), equivale alla differenza [3]:

$$\text{tempo solare vero} - \text{tempo solare medio}.$$

L'equazione è spesso rappresentata in un grafico (Figura 1) [4] in cui, a ogni giorno dell'anno (in ascissa), corrisponde in ordinata la differenza in minuti tra tempo vero e tempo medio. La curva dell'equazione del tempo (di colore rosso), risulta dalla somma di due fattori, uno derivante dal moto orbitale della Terra non costante a causa dell'orbita ellittica (colore grigioverde), e l'altro dall'obliquità dell'eclittica (colore azzurro).

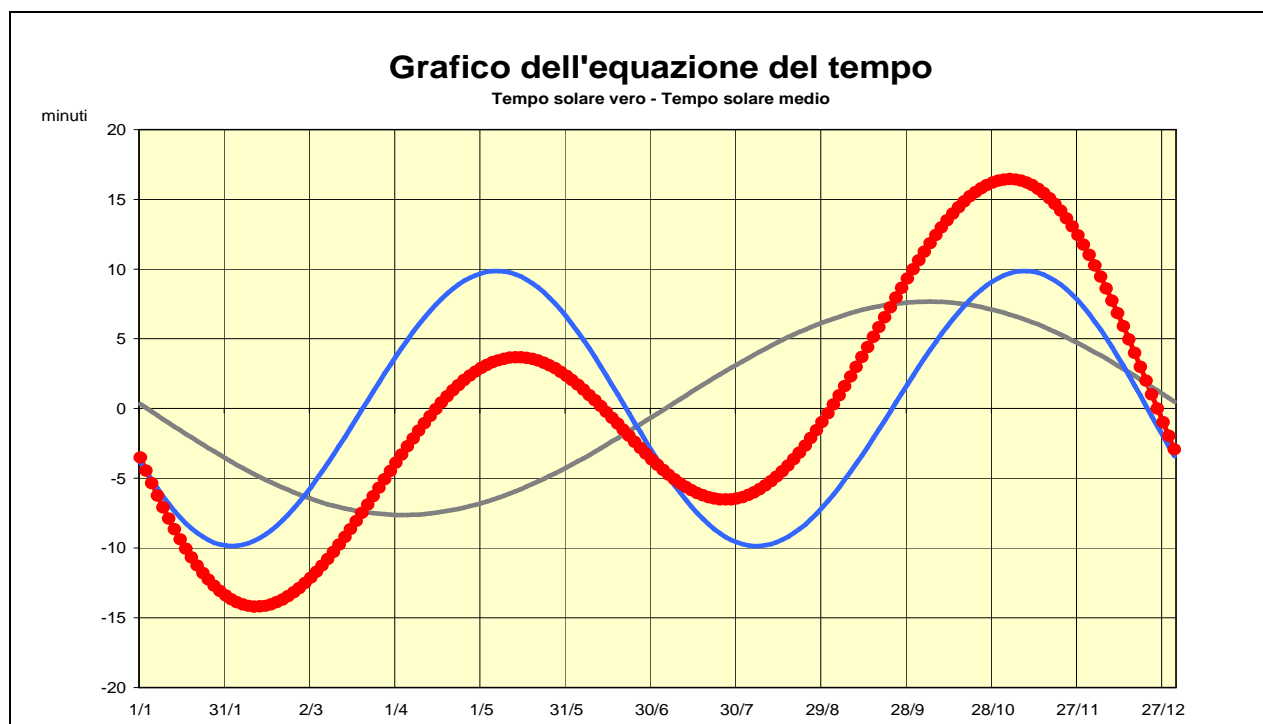


Figura 1

Tramonto anticipato, levata ritardata

Pertanto, la durata del giorno non è mai di 24 ore esatte. La differenza ΔM tra la durata del giorno vero e quella del giorno medio di 24 ore, misurata tra due transiti successivi, arriva fino a 30 secondi. Il periodo invernale è quello in cui le differenze sono più alte. Partendo da fine ottobre fino a inizio febbraio, la durata del giorno è sempre superiore alle 24 ore con l'apice del "giorno più lungo" che nel 2017 si registra nei dì compresi tra il 21 e 24 dicembre in cui l'intervallo tra i transiti è di $24^h 00^m 29.9^s$, quindi con $\Delta M = 29.9^s$.

Di conseguenza, in quel periodo, il mezzogiorno civile si sposta "in avanti" rispetto a quello vero di un valore pari a ΔM , e trasla "in avanti" dello stesso fattore anche l'ora del sorgere e del tramonto. Levata e tramonto sono soggette anche a ΔH , cioè alla variazione della lunghezza del semiarco diurno generato dalla (1). ΔH e ΔM , integrando tra loro al mattino e alla sera generano l'anomalo fenomeno qui trattato.

Nella tabella di Figura 2, con riferimento alla longitudine 12° Est e latitudine 42° Nord, nel periodo compreso tra l'1 dicembre 2017 e il 10 gennaio 2018 (a cavallo del solstizio invernale), sono stati calcolati con [2] i seguenti dati:

Data: il giorno, il mese e l'anno.

Decl: la declinazione apparente del Sole nell'istante del transito.

Transito: l'ora del transito in TMEC.

Semiarco: la durata del semiarco diurno espressa in ore.

Sorgere: l'ora della levata del Sole in TMEC.

Tramonto: l'ora del tramonto del Sole in TMEC.

ΔM : la differenza tra il transito del giorno e quello del giorno precedente espressa in secondi.

ΔH : la differenza tra la durata del semiarco diurno del giorno e quella del giorno precedente espressa in secondi.

$\Delta H - \Delta M$: la differenza tra i due valori usata per la levata.

$\Delta H + \Delta M$: la somma tra i due valori usata per il tramonto.

Data	decl	Transito	Semiarco	Sorgere	Tramonto	ΔM	ΔH	Mattino •H•M	Sera •H+•M
<i>d</i>	°	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>
01-dic-17	-21.862	12.018	4.588	7.430	16.606				
02-dic-17	-22.011	12.025	4.577	7.448	16.602	22.8	-40.2	-63.0	-17.3
03-dic-17	-22.153	12.031	4.566	7.465	16.597	23.4	-38.4	-61.8	-15.0
04-dic-17	-22.288	12.038	4.556	7.482	16.594	24.0	-36.6	-60.6	-12.5
05-dic-17	-22.416	12.045	4.546	7.498	16.591	24.6	-34.7	-59.3	-10.1
06-dic-17	-22.536	12.052	4.537	7.514	16.589	25.1	-32.8	-58.0	-7.7
07-dic-17	-22.649	12.059	4.529	7.530	16.587	25.7	-30.9	-56.6	-5.2
08-dic-17	-22.755	12.066	4.521	7.545	16.587	26.2	-29.0	-55.1	-2.8
09-dic-17	-22.853	12.073	4.513	7.560	16.587	26.6	-27.0	-53.6	-0.3
10-dic-17	-22.944	12.081	4.506	7.575	16.587	27.1	-25.0	-52.1	2.1
11-dic-17	-23.027	12.089	4.500	7.589	16.588	27.5	-22.9	-50.5	4.6
12-dic-17	-23.102	12.096	4.494	7.602	16.590	27.9	-20.9	-48.8	7.0
13-dic-17	-23.170	12.104	4.489	7.615	16.593	28.3	-18.8	-47.1	9.5
14-dic-17	-23.230	12.112	4.484	7.628	16.596	28.6	-16.7	-45.3	11.9
15-dic-17	-23.283	12.120	4.480	7.640	16.600	28.9	-14.6	-43.5	14.3
16-dic-17	-23.328	12.128	4.477	7.651	16.605	29.2	-12.4	-41.6	16.7
17-dic-17	-23.365	12.136	4.474	7.662	16.610	29.4	-10.3	-39.7	19.1
18-dic-17	-23.394	12.145	4.472	7.673	16.616	29.6	-8.1	-37.7	21.4
19-dic-17	-23.415	12.153	4.470	7.683	16.623	29.7	-6.0	-35.7	23.7
20-dic-17	-23.429	12.161	4.469	7.692	16.630	29.8	-3.8	-33.6	26.0
21-dic-17	-23.435	12.169	4.469	7.701	16.638	29.9	-1.6	-31.5	28.3
22-dic-17	-23.432	12.178	4.469	7.709	16.646	29.9	0.6	-29.3	30.5
23-dic-17	-23.422	12.186	4.469	7.717	16.655	29.9	2.8	-27.1	32.7
24-dic-17	-23.405	12.194	4.471	7.723	16.665	29.9	5.0	-24.9	34.8
25-dic-17	-23.379	12.203	4.473	7.730	16.675	29.8	7.2	-22.6	36.9
26-dic-17	-23.345	12.211	4.475	7.735	16.686	29.7	9.3	-20.3	39.0
27-dic-17	-23.304	12.219	4.479	7.740	16.698	29.5	11.5	-18.0	41.0
28-dic-17	-23.255	12.227	4.482	7.745	16.710	29.3	13.7	-15.7	43.0
29-dic-17	-23.198	12.235	4.487	7.748	16.722	29.1	15.8	-13.3	44.9
30-dic-17	-23.133	12.243	4.492	7.752	16.735	28.9	17.9	-11.0	46.8
31-dic-17	-23.061	12.251	4.497	7.754	16.749	28.6	20.0	-8.6	48.6
01-gen-18	-22.981	12.259	4.503	7.7556	16.763	28.3	22.1	-6.2	50.4
02-gen-18	-22.893	12.267	4.510	7.7567	16.777	28.0	24.2	-3.8	52.2
03-gen-18	-22.798	12.275	4.517	7.7571	16.792	27.6	26.2	-1.4	53.8
04-gen-18	-22.695	12.282	4.525	7.7568	16.807	27.2	28.2	1.0	55.5
05-gen-18	-22.584	12.290	4.534	7.756	16.823	26.8	30.2	3.4	57.1
06-gen-18	-22.467	12.297	4.543	7.754	16.840	26.4	32.2	5.7	58.6
07-gen-18	-22.341	12.304	4.552	7.752	16.856	26.0	34.1	8.1	60.1
08-gen-18	-22.209	12.311	4.562	7.749	16.873	25.5	36.0	10.5	61.5
09-gen-18	-22.069	12.318	4.573	7.746	16.891	25.0	37.8	12.9	62.8
10-gen-18	-21.922	12.325	4.584	7.741	16.909	24.5	39.7	15.2	64.1

Figura 2

Il semiarco diurno diminuisce prima del solstizio ed aumenta dopo il solstizio, quindi in tabella il valore ΔH è negativo fino al giorno 21 e positivo dopo tale data. L'ora in TMEC del tramonto diminuisce fino al giorno in cui la somma tra ΔH e ΔM è negativa, in pratica fino a quando il valore assoluto di ΔH è superiore a quello di ΔM . Per esempio si consideri il giorno 9 dicembre. Il valore di ΔM è di 26.6^s , mentre quello di ΔH è -27.0^s . Il tempo in TMEC del tramonto accorcia rispetto al giorno precedente in quanto lo spostamento "in avanti" di 26.6^s di ΔM dovuto all'equazione del tempo non compensa quello derivante dall'accorciamento del semiarco diurno ΔH di -27.0^s . Il giorno dopo, il 10 dicembre, lo spostamento "in avanti" di ΔM è 27.1^s e, in valore assoluto, è superiore alla riduzione del semiarco diurno ΔH che è di -25.0^s , per cui il TMEC del tramonto inizia ad aumentare. Dopo il solstizio le giornate si allungano, quindi la differenza ΔH tra due semiarci diurni successivi diventa positiva. Al mattino il TMEC del sorgere continua ad aumentare fino a quando ΔM è superiore a ΔH ($\Delta H - \Delta M$ negativo), ovvero fino a quando l'aumento del semiarco diurno ΔH non supera lo "slittamento" ΔM derivante dall'equazione del tempo. Ciò accade fino al 3 gennaio 2018 giorno in cui ΔM ($+27.6^s$) è ancora superiore a ΔH ($+26.2^s$). Dal 4 gennaio il valore di ΔH ($+28.2^s$) supera quello di ΔM ($+27.2^s$) per cui il TMEC della levata del Sole inizia a diminuire ponendo fine all'anomalia iniziata col tramonto della sera del giorno 10 dicembre.

Le considerazioni fatte valgono per la latitudine 42° nord. Ad altre latitudini, mentre ΔM non cambia, ΔH varia in quanto il semiarco diurno dipende anche dalla latitudine φ -vedi la (1)-. Le differenze sono esigue ma sufficienti a cambiare le date del tramonto anticipato e della levata ritardata. Per le latitudini 38° , 42° e 46° Nord, nell'inverno 2017-2018, esse sono così riassunte:

Latitudine 38°	Tramonto anticipato il 06 dicembre	Levata ritardata il 05 gennaio
Latitudine 42°	Tramonto anticipato il 09 dicembre	Levata ritardata il 03 gennaio
Latitudine 46°	Tramonto anticipato il 10 dicembre	Levata ritardata il 02 gennaio

Precisazione conclusiva

Come detto in premessa, la (1) è riferita al centro del Sole e non tiene conto del fenomeno della rifrazione che sposta verso l'alto l'immagine apparente del Sole ed ha la sua massima efficacia proprio all'orizzonte. Per calcolare in modo preciso il sorgere o il tramonto, oltre alla rifrazione si deve considerare anche che i due istanti vanno riferiti al lembo superiore del disco solare. La formula rigorosa da usare è pertanto questa [5]:

$$\cos H = -\operatorname{tg} \delta \times \operatorname{tg} \varphi - \frac{\operatorname{sen}(R + s)}{\cos \delta \times \cos \varphi} \quad (2)$$

dove R è l'angolo di rifrazione che all'orizzonte è stimato mediamente in 34 primi d'arco [6][7][8] ed s è il valore del semidiametro del Sole del giorno considerato. Infine, nella (2) il valore di declinazione che deve essere usato in un calcolo severo non è quello del transito, ma quello dell'istante del sorgere o del tramonto che può essere definito solo con successive iterazioni.

Queste osservazioni comportano delle importanti variazioni del semiarco diurno calcolato con la (1) rispetto a quello ottenuto con la (2). Le differenze sono però ininfluenti per il tema di questa esposizione in cui le considerazioni fatte con la (1) sono più semplici da intuire e sufficienti a spiegare il fenomeno.

Bibliografia:

- [1]. Meeus, J., *Astronomical Algorithms*, William Bell, Richmond, 1991.
- [2]. De Donà, G., *Software Johannes*, algoritmi tratti da [1] e [5], Sospirolo (BL), 1991.
- [3]. De Donà, G., *Almanacco UAI*, Ed. DBS, Seren del Grappa (BL), dal 2002 al 2010.
- [4]. De Donà, G., *Orologi Solari*, n.12, 2016.
- [5]. Sambo, A. *Problemi di astronomia sferica e teorica*, Biroma Ed., Galliera Veneta (PD), 1990.
- [6]. AA.VV., *Astronomical Almanac for the year 2015*, U.S. Government Printing Office, Washington - The U.K. Hydrographic Office, Taunton, 2013.
- [7]. De Donà G. *Astronomia*, **1**, 4-11, 2003. *Misure della rifrazione astronomica all'orizzonte*, Ed. DBS, Seren del Grappa (BL), 2003.
- [8]. De Donà G. *Astronomia*, **1**, 19-24, 2010. *La rifrazione vicino all'orizzonte*, Tipografia Piave Srl (BL), 2010.