

# SOLSTIZIO D'INVERNO

## giorno più corto, tramonto anticipato, levata ritardata

Giuseppe De Donà

### Il giorno più corto

Il giorno del solstizio d'inverno è il più corto dell'anno per tutti i luoghi dell'emisfero boreale e il più lungo per quelli dell'emisfero australe. Esso coincide con il giorno in cui la declinazione del Sole raggiunge il valore minimo. La declinazione del Sole è legata al valore dell'obliquità dell'eclittica, ossia all'inclinazione dell'asse terrestre rispetto all'ortogonale al piano in cui la Terra orbita intorno al Sole. L'angolo è uguale a quello compreso tra il piano dell'equatore celeste e quello dell'eclittica. Secondo J.Laskar, il valore dell'obliquità dell'eclittica oscilla tra un massimo di  $24^{\circ} 14' 07''$  (nell'anno  $-7\ 530$ ) ed un minimo di  $22^{\circ} 36' 41''$  (nell'anno  $+12\ 030$ ). In questi anni il valore dell'obliquità è quindi in leggera ma costante diminuzione. Ad inizio 2015 il dato è di  $23^{\circ} 26' 4.8''$ , per cui i valori della declinazione del Sole nel 2015 sono compresi tra un massimo di  $+23^{\circ} 26' 4.8''$  al solstizio estivo, e un minimo di  $-23^{\circ} 26' 4.8''$  al solstizio invernale.

La lunghezza del giorno è determinata dall'ampiezza del semiarco diurno  $H$  che il Sole compie dal suo sorgere al transito e dal transito al tramonto, ed è dato dalla formula:

$$\cos H = -\operatorname{tg} \delta \times \operatorname{tg} \varphi \quad (1)$$

con  $\delta$  che indica la declinazione del Sole e  $\varphi$  la latitudine della località dell'osservazione. La formula è riferita al centro del Sole e non tiene conto del fenomeno della rifrazione. Applicando la (1) alle latitudini  $38^{\circ}$ ,  $42^{\circ}$  e  $46^{\circ}$  Nord nel giorno del solstizio d'inverno, si ottengono queste lunghezze del giorno.

Alla latitudine  $38^{\circ} = 70.205^{\circ}$  :  $15^{\circ}/h = 9^h 21^m 38^s$

Alla latitudine  $42^{\circ} = 67.028^{\circ}$  :  $15^{\circ}/h = 8^h 56^m 13^s$

Alla latitudine  $46^{\circ} = 63.330^{\circ}$  :  $15^{\circ}/h = 8^h 26^m 38^s$

Le tre latitudini considerate sono comprese nel territorio italiano e, pressappoco, corrispondono a quelle delle città di Palermo, Roma e Belluno. Pertanto, al solstizio d'inverno, il giorno a Palermo dura circa 25 minuti più di Roma e 55 minuti più di Belluno.

La giustificazione didattica relativa al "giorno più corto" è quindi piuttosto semplice. Malgrado ciò, d'inverno capita spesso di sentirsi chiedere se il giorno del solstizio sia davvero il più corto dell'anno e non sia, invece, quello di "S. Lucia, il giorno più corto che ci sia". Il 13 dicembre coincide col solstizio d'inverno per alcuni secoli prima della riforma del calendario attuata nel 1582 da Papa Gregorio XIII. In quel periodo il giorno di Santa Lucia fu davvero il più corto dell'anno e fu certamente là che il proverbio ebbe origine. Spesso anche di fronte a questa delucidazione, l'interlocutore rimane perplesso, ingannato dal fatto che, già dal 10 dicembre, le giornate "sembrano allungarsi" in quanto, dopo quella data, l'orologio civile segna, sera dopo sera, un tempo del tramonto in aumento. Perché? Per spiegare questo comportamento, apparentemente anomalo, è necessario considerare l'ora civile del mezzogiorno locale, cioè l'istante in cui il Sole transita sul meridiano del luogo, osservando che esso non coincide mai con le ore 12 di una meridiana a ora vera locale.

### L'ora della meridiana

La parola Meridiana deriva dal latino *meridies* -mezzogiorno-, quindi, quando l'ombra di uno gnomone transita sulla linea delle XII di un orologio solare, è mezzogiorno "nel vero senso della parola". È l'istante in cui la nostra stella si trova esattamente in direzione sud e raggiunge la culminazione locale cioè la massima altezza in cielo rispetto all'orizzonte, dividendo il giorno in due parti uguali, equidistanti dal sorgere e dal tramonto; è mezzodi, appunto!

Il transito dell'immagine del Sole sulla linea meridiana non coincide mai con quello dall'orologio, per i seguenti due motivi:

*Differenza di longitudine.* In Italia gli orologi indicano il Tempo Medio dell'Europa Centrale (TMEC), che fa riferimento al cosiddetto meridiano dell'Etna, situato a  $15^{\circ}$  Est rispetto a Greenwich. La differenza tra il transito del Sole sul meridiano Centrale e quello di un altro luogo, è di 4 minuti per ogni

grado di longitudine. Per esempio, alla longitudine 12° E, il transito del Sole avviene con 12 minuti di ritardo  $[(15^\circ - 12^\circ) \times 4^m]$  rispetto alla longitudine 15° E. Il valore della *differenza in longitudine* è costante.

*Equazione del tempo.* Il giorno solare, ovvero l'intervallo tra due transiti del Sole su uno stesso meridiano, dura in media 24 ore. A causa della differente velocità di rivoluzione della Terra attorno al Sole e dell'obliquità dell'eclittica, la durata del giorno non è però costante, perciò il giorno vero non dura mai 24 ore come il giorno medio, ma un po' di più o un po' di meno. Queste differenze, sommandosi tra loro giorno dopo giorno, generano un divario tra il tempo vero e il tempo medio che arriva fino a  $\pm 15/16$  minuti. Il valore dell'*equazione del tempo* varia continuamente durante l'anno.

### L'equazione del tempo

L'equazione del tempo corrispondente ad un dato istante e ad uno stesso meridiano (che può essere uno qualunque), equivale alla differenza:

$$\text{tempo solare vero} - \text{tempo solare medio}.$$

L'equazione è spesso rappresentata in un grafico (Figura 1) in cui, a ogni giorno dell'anno (in ascissa), corrisponde in ordinata la differenza in minuti tra tempo vero e tempo medio. La curva dell'equazione del tempo (di colore rosso), risulta dalla somma di due fattori, uno derivante dal moto orbitale della Terra non costante a causa dell'orbita ellittica (in verde), e l'altro dall'obliquità dell'eclittica (in azzurro).



Figura 1

### Tramonto anticipato, levata ritardata

Pertanto, la durata del giorno non è mai di 24 ore esatte. La differenza  $\Delta M$  tra la durata del giorno vero e quella del giorno medio di 24 ore, misurata tra due transiti successivi, arriva fino a 30 secondi. Il periodo invernale è quello in cui le differenze sono più alte. Partendo da fine ottobre fino a inizio febbraio, la durata del giorno è sempre superiore alle 24 ore con l'apice del "giorno più lungo" che nel 2014 s'è registrato tra il 22 e 23 dicembre, giorni in cui l'intervallo tra i transiti è stato di  $24^h 00^m 30.0^s$ , quindi con  $\Delta M = 30.0^s$ .

Di conseguenza, in quel periodo, il mezzogiorno civile si sposta "in avanti" rispetto a quello vero di un valore pari a  $\Delta M$ , e trasla "in avanti" dello stesso fattore anche l'ora del sorgere e del tramonto. Levata e tramonto sono soggette anche a  $\Delta H$ , cioè alla variazione della lunghezza del semiarco diurno generato dalla (1).  $\Delta H$  e  $\Delta M$ , integrandosi tra loro al mattino e alla sera generano l'anomalo fenomeno qui trattato.

In tabella 2, con riferimento alla longitudine 12° Est e latitudine 42° Nord, nel periodo compreso tra l'1 dicembre 2014 e il 10 gennaio 2015 (a cavallo del solstizio invernale) sono calcolati i seguenti dati:

**Data:** il giorno, il mese e l'anno.

**Decl:** la declinazione apparente del Sole nell'istante del transito.

**Transito:** l'ora del transito in TMEC.

**Semiarco.** la durata del semiarco diurno espressa in ore.

**Sorgere:** l'ora della levata del Sole in TMEC.

**Tramonto:** l'ora del tramonto del Sole in TMEC.

**$\Delta M$ :** la differenza tra il transito del giorno e quello del giorno precedente espressa in secondi.

**$\Delta H$ :** la differenza tra la durata del semiarco diurno del giorno e quella del giorno precedente espressa in secondi.

**$\Delta H - \Delta M$ :** la differenza tra i due valori usata per la levata.

**$\Delta H + \Delta M$ :** la somma tra i due valori usata per il tramonto.

Data	decl	Transito	Semiarco	Sorgere	Tramonto	$\Delta M$	$\Delta H$	Mattino $\Delta H - \Delta M$	Sera $\Delta H + \Delta M$
<i>d</i>	$^{\circ}$	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>	<i>s</i>
01-dic-14	-21.821	12.016	4.591	7.425	16.608	22.0	-42.4	-64.4	-20.3
02-dic-14	-21.972	12.023	4.580	7.443	16.603	22.7	-40.6	-63.3	-18.0
03-dic-14	-22.115	12.029	4.569	7.460	16.598	23.3	-38.9	-62.1	-15.6
04-dic-14	-22.252	12.036	4.559	7.477	16.595	23.9	-37.1	-60.9	-13.2
05-dic-14	-22.382	12.043	4.549	7.494	16.592	24.4	-35.2	-59.6	-10.8
06-dic-14	-22.504	12.050	4.540	7.510	16.589	25.0	-33.3	-58.3	-8.4
07-dic-14	-22.619	12.057	4.531	7.526	16.588	25.5	-31.4	-56.9	-5.9
08-dic-14	-22.727	12.064	4.523	7.541	16.587	26.0	-29.5	-55.5	-3.5
09-dic-14	-22.827	12.071	4.515	7.556	16.586	26.5	-27.5	-54.0	-1.1
10-dic-14	-22.920	12.079	4.508	7.571	16.587	26.9	-25.5	-52.4	1.4
11-dic-14	-23.005	12.086	4.502	7.585	16.588	27.3	-23.5	-50.8	3.9
12-dic-14	-23.083	12.094	4.496	7.598	16.590	27.7	-21.4	-49.2	6.3
13-dic-14	-23.153	12.102	4.490	7.611	16.592	28.1	-19.4	-47.5	8.7
14-dic-14	-23.215	12.110	4.485	7.624	16.595	28.5	-17.3	-45.7	11.2
15-dic-14	-23.270	12.118	4.481	7.636	16.599	28.8	-15.1	-43.9	13.6
16-dic-14	-23.316	12.126	4.478	7.648	16.603	29.0	-13.0	-42.0	16.0
17-dic-14	-23.355	12.134	4.475	7.659	16.608	29.3	-10.9	-40.1	18.4
18-dic-14	-23.387	12.142	4.472	7.670	16.614	29.5	-8.7	-38.2	20.8
19-dic-14	-23.410	12.150	4.470	7.680	16.621	29.7	-6.5	-36.2	23.1
20-dic-14	-23.426	12.159	4.469	7.689	16.628	29.8	-4.4	-34.1	25.4
21-dic-14	-23.434	12.167	4.469	7.698	16.635	29.9	-2.2	-32.1	27.7
22-dic-14	-23.434	12.175	4.469	7.707	16.644	29.9	0.0	-29.9	29.9
23-dic-14	-23.426	12.183	4.469	7.714	16.653	30.0	2.2	-27.8	32.2
24-dic-14	-23.410	12.192	4.470	7.721	16.662	29.9	4.4	-25.5	34.3
25-dic-14	-23.386	12.200	4.472	7.728	16.672	29.9	6.6	-23.3	36.4
26-dic-14	-23.355	12.208	4.475	7.734	16.683	29.8	8.7	-21.0	38.5
27-dic-14	-23.316	12.217	4.478	7.739	16.694	29.6	10.9	-18.7	40.5
28-dic-14	-23.269	12.225	4.481	7.743	16.706	29.5	13.1	-16.4	42.5
29-dic-14	-23.214	12.233	4.486	7.747	16.718	29.2	15.2	-14.0	44.5
30-dic-14	-23.151	12.241	4.490	7.751	16.731	29.0	17.3	-11.7	46.3
31-dic-14	-23.081	12.249	4.496	7.753	16.745	28.7	19.4	-9.3	48.2
01-gen-15	-23.003	12.257	4.502	7.755	16.759	28.4	21.5	-6.9	50.0
02-gen-15	-22.918	12.265	4.508	7.756	16.773	28.1	23.6	-4.5	51.7
03-gen-15	-22.824	12.272	4.515	7.757	16.788	27.7	25.7	-2.1	53.4
04-gen-15	-22.723	12.280	4.523	7.757	16.803	27.4	27.7	0.3	55.0
05-gen-15	-22.615	12.287	4.531	7.756	16.819	27.0	29.7	2.7	56.6
06-gen-15	-22.499	12.295	4.540	7.755	16.835	26.5	31.6	5.1	58.2
07-gen-15	-22.376	12.302	4.549	7.753	16.852	26.1	33.6	7.5	59.6
08-gen-15	-22.246	12.309	4.559	7.750	16.868	25.6	35.5	9.9	61.1
09-gen-15	-22.108	12.316	4.570	7.746	16.886	25.1	37.3	12.3	62.4
10-gen-15	-21.963	12.323	4.581	7.742	16.904	24.6	39.2	14.6	63.7

Tabella 2

Il semiarco diurno diminuisce prima del solstizio ed aumenta dopo il solstizio, quindi in tabella il valore  $\Delta H$  è negativo fino il giorno 21 e positivo dopo tale data. L'ora in TMEC del tramonto

diminuisce fino al giorno in cui la somma tra  $\Delta H$  e  $\Delta M$  è negativa, cioè fino a quando il valore assoluto di  $\Delta H$  è superiore a quello di  $\Delta M$ . Per esempio si consideri il giorno 8 dicembre. Il valore di  $\Delta M$  è di  $26^s$ , mentre quello di  $\Delta H$  è  $-29.5^s$ . Il tempo in TMEC del tramonto accorcia rispetto al giorno precedente in quanto lo spostamento “in avanti” di  $26^s$  di  $\Delta M$  dovuto all’equazione del tempo non compensa quello derivante dall’accorciamento del semiarco diurno  $\Delta H$  di  $-29.5^s$ . Due sere dopo, il 10 dicembre, lo spostamento “in avanti” di  $\Delta M$  ( $+26.9^s$ ) è superiore all’accorciamento del semiarco diurno  $\Delta H$  ( $-25.5^s$ ), per cui il TMEC del tramonto inizia ad aumentare. Dopo il solstizio le giornate si allungano, quindi la differenza  $\Delta H$  tra due semiarci diurni successivi diventa positiva. Al mattino il TMEC del sorgere continua a aumentare fino a quando lo spostamento “in avanti” di  $\Delta M$  è superiore a quello “contrario” di  $\Delta H$ , quindi fino al 3 gennaio 2015. Dal 4 gennaio, quando il valore di  $\Delta H$  ( $+27.7^s$ ) supera quello di  $\Delta M$  ( $+27.4^s$ ), il TMEC della levata del Sole inizia a diminuire ponendo fine all’anomalia iniziata col tramonto della sera del giorno 10 dicembre.

Le considerazioni fatte valgono per la latitudine  $42^\circ$  nord. Ad altre latitudini, mentre  $\Delta M$  non cambia,  $\Delta H$  varia in quanto il semiarco diurno dipende anche dalla latitudine  $\varphi$  -vedi la (1)-. Le differenze sono esigue ma sufficienti a cambiare le date del tramonto anticipato e della levata ritardata. Per le latitudini  $38^\circ$ ,  $42^\circ$  e  $46^\circ$  Nord, nell’inverno 2014-2015, esse sono così riassunte:

Latitudine $38^\circ$	Tramonto anticipato il 07 dicembre	Levata ritardata il 05 gennaio
Latitudine $42^\circ$	Tramonto anticipato il 09 dicembre	Levata ritardata il 03 gennaio
Latitudine $46^\circ$	Tramonto anticipato l’11 dicembre	Levata ritardata il 02 gennaio

### **Precisazione conclusiva**

Come detto in premessa, la (1) è riferita al centro del Sole e non tiene conto del fenomeno della rifrazione che sposta verso l’alto l’immagine apparente di ogni astro ed ha la sua massima efficacia proprio all’orizzonte. Per calcolare in modo preciso il sorgere o il tramonto, oltre alla rifrazione si deve considerare anche che i due istanti vanno riferiti al lembo superiore del disco solare. La formula rigorosa da usare è pertanto questa:

$$\cos H = -\operatorname{tg}\delta \times \operatorname{tg}\varphi - \frac{\operatorname{sen}(R + s)}{\cos\delta \times \cos\varphi} \quad (2)$$

dove  $R$  è l’angolo di rifrazione che all’orizzonte è stimato mediamente in 34 primi d’arco ed  $s$  è il valore del semidiametro del Sole del giorno considerato. Infine, nella (2) il valore di declinazione che deve essere usato in un calcolo severo non è quello del transito, ma quello effettivo dell’istante del sorgere o del tramonto che può essere definito solo con successive iterazioni.

Queste osservazioni comportano delle importanti variazioni del semiarco diurno calcolato con la (1) o con la (2). Le differenze sono però ininfluenti per il tema di questa esposizione in cui le considerazioni fatte con la (1) sono più semplici da intuire e sufficienti a spiegare il fenomeno.